

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Wissenschaft	2
1.3	Wissenschaftlicher Beitrag	3
1.4	Kapitelübersicht	5
2	Voronoi-Diagramme nicht konvexer Gebiete	7
2.1	Theoretische Hintergründe	7
2.1.1	Voronoi-Diagramme	7
2.1.2	Delaunay-Triangulierung, Dualität und Entartung	9
2.1.3	Klassische Methoden zur Voronoi- bzw. Delaunay-Zerlegung	10
2.2	Voronoi-Zerlegung des einhüllenden Quaders	12
2.2.1	Verschneiden mit Bisektoren	13
2.2.2	Bestimmung der nächsten Nachbarn	14
2.3	Verschneiden mit dem Randgitter	16
2.3.1	Überblick über den Algorithmus	17
2.3.2	Feature-Edge-Struktur	18
2.3.3	Randgitter	22
2.4	Konstruktion globaler Voronoi-Knoten	24
2.5	Problematik der Randelemente	25
3	Gitterbewegung mithilfe von CVT	29
3.1	Der Begriff Centroidal-Voronoi-Tessellierung	29
3.2	Globale Optimalität von CVT	30
3.2.1	CVT als Gradient der Fehlerfunktion	30
3.2.2	Normierte Trägheit und Ideales Polyeder	35
3.2.3	Definition der Zelldichte	37
3.3	Lloyd-Algorithmus	40
3.4	Alternativer Lloyd-Newton-Algorithmus	42
3.5	Auswertung der mehrfachen Integrale	46
3.5.1	Volumenintegrale	46
3.5.2	Flächenintegrale	53
3.6	Konvergenz	54
3.6.1	Konvergenzrate beim Lloyd-Algorithmus	55
3.6.2	Konvergenzrate beim alternativen Lloyd-Newton-Algorithmus	60
3.7	Wodurch entsteht Gitterbewegung?	63
3.7.1	Vorbereiten des initialen Netzes zur Strömungssimulation	65
3.7.2	Optimierung der Randzellen mithilfe von CCVT	67
3.7.3	Randbedingungen zur Verschiebung der Generatoren	69

3.8 Wahl der Quadraturformeln zur Auswertung der Volumen- bzw. der Flächenintegrale	70
4 Nutzung des Verfahrens mit der FVM	73
4.1 Lagrangesche und Eulersche Darstellung	73
4.2 Erhaltungssätze der Strömungsmechanik	74
4.2.1 Massenerhaltung	74
4.2.2 Impulserhaltung	75
4.3 Navier-Stokes-Gleichungen	76
4.4 Arbitrary-Lagrange-Euler-Formulierung	77
4.5 Geometrische Erhaltungssätze	78
4.6 Diskretisierung von Differentialoperatoren	79
4.6.1 Zeitdiskretisierung	80
4.6.2 Ortsdiskretisierung mittels der Finite-Volumen-Methode	83
4.6.3 SIMPLE-Algorithmus für die FVM	86
4.6.4 Gitterqualitätskriterien im Bezug auf die FVM	90
4.6.5 Motivation zur Verwendung der Centroidal-Voronoi-Gitter	91
4.7 Berechnung der zulässigen Netzflüsse	92
4.7.1 Korrektur der geschätzten Netzflüsse	92
4.7.2 Eine gute Näherung der Netzflüsse	98
4.8 Verteilung der Zelldichte bzw. der Kantenlänge	102
5 Validierung in OpenFOAM	105
5.1 Integration in OpenFOAM	105
5.2 Propeller im Wasser	105
6 Fazit und Ausblick	121
Literaturverzeichnis	122